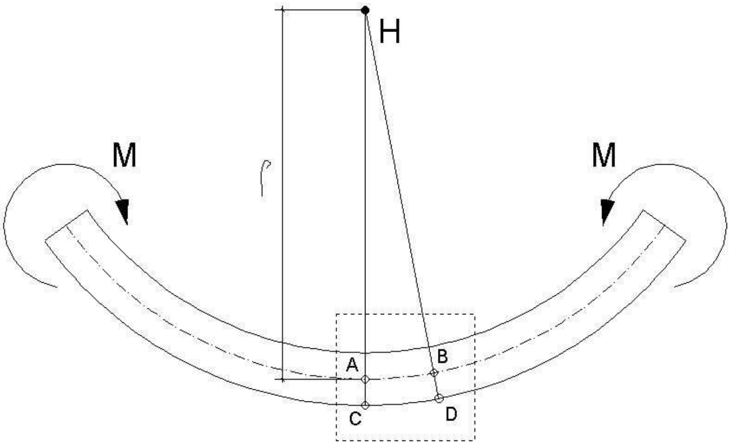
Formule d'équarrissage

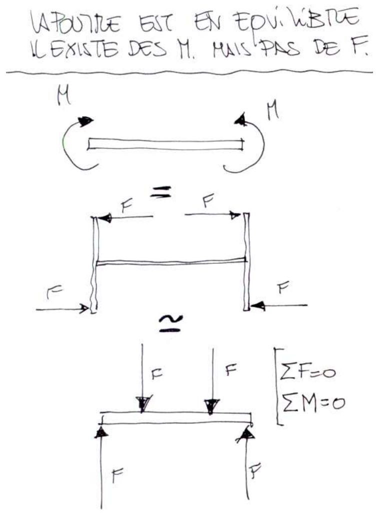
démonstration

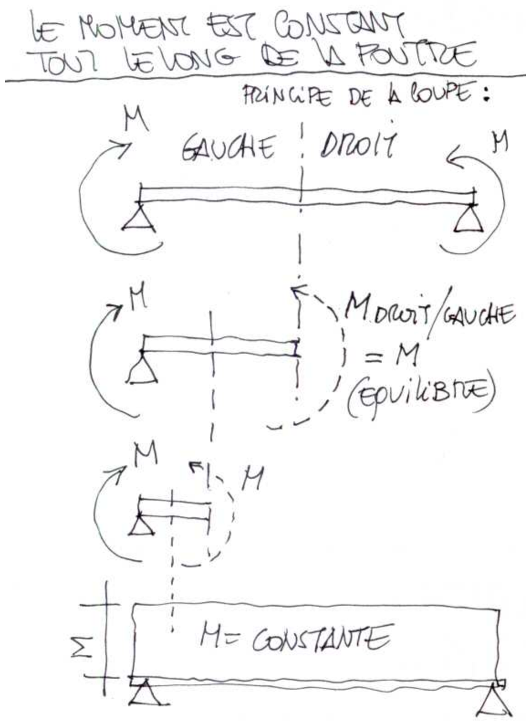
$$\sigma_{MAX} = \frac{M}{I/v}$$

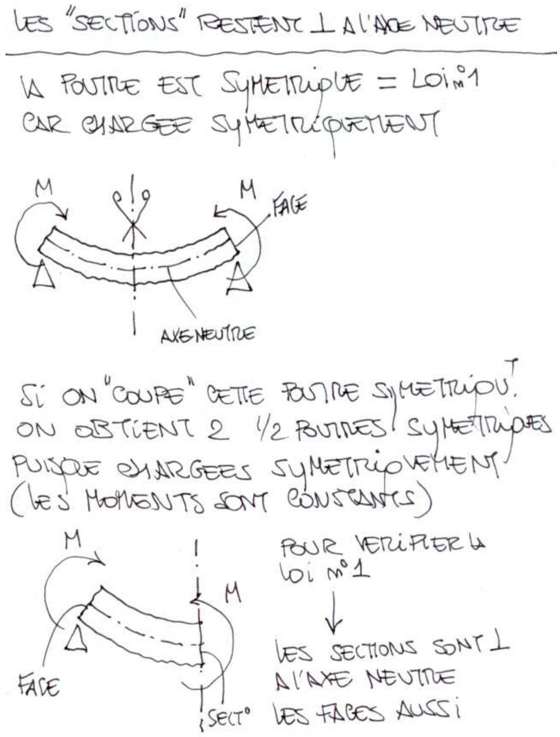
CONTRAINTES DANS UNE POUTRE EN FLEXION PURE (EN REGIME ELASTIQUE)

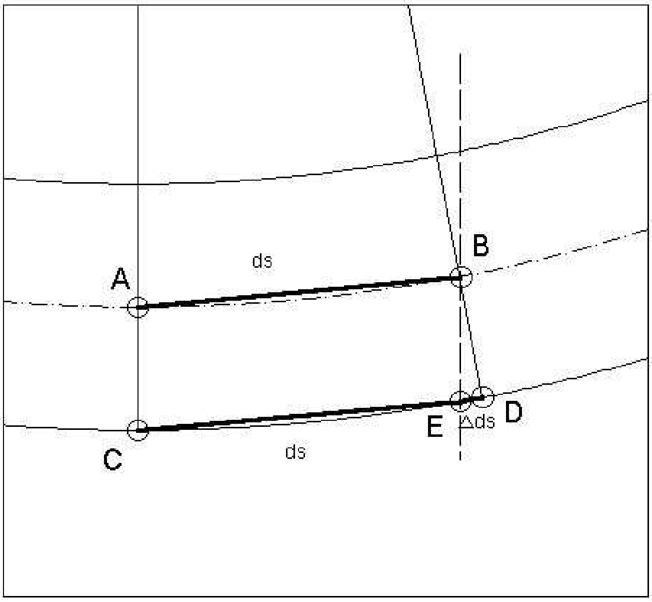
Nous allons étudier les contraintes internes provoquées par deux moments symétriques. Notre solide sera une poutre également symétrique.











$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta ds}{ds}$$

$\triangle HAB$ ET $\triangle HCD$ ET $\triangle BED$: HOMOTHETIQUES

$$\underbrace{\frac{HA}{AB}}_{\rho / ds} = \underbrace{\frac{BE}{ED}}_{y / \Delta ds} \longrightarrow \frac{\rho}{ds} = \frac{y}{\Delta ds}$$

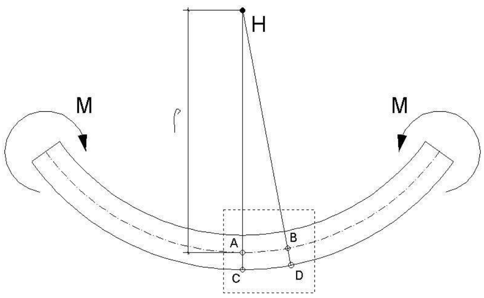
$$\frac{y}{\rho} = \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{\sigma}{E} = \varepsilon \longleftarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon}}$$

LOI DE HOOK

$$\boxed{\sigma = \frac{E.y}{\rho}}$$

E: MODULE D'ELAST.
y: distance AXE N.
ρ: RAYON DE COURB.

VARIATION DE $E, y, \rho \longrightarrow \sigma$?



PRINCIPE DE LA COUPE ⟶ 1/2 POUTRE

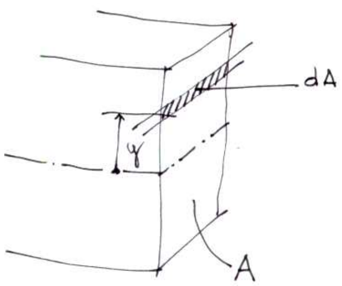
PRINCIPE D'EQUILIBRE ⟶ $\Sigma F = 0$
$\Sigma M = 0$

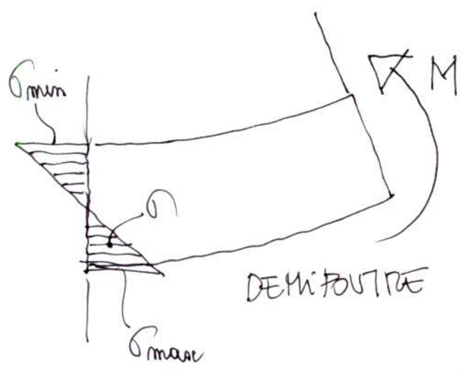
$\Sigma F = 0$

PAS DE F EXTERNE ⟶ LA RESULTANTE DES $\sigma = 0$

$\Sigma M = 0$

UN MOMENT A DROITE : IL DOIT ETRE ANNULÉ PAR LES σ.





$\Sigma F = 0$

$$0 = \int_{dA} \sigma \, dA = \int_A \frac{Ey}{\rho} dA = \frac{E}{\rho} \int y \, dA$$

$\Sigma M = 0$

$$M = \int_A \sigma . y . dA = \int_A \frac{Ey^2}{\rho} dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA$$

MOMENT D'INERTIE

$= I$

$$M = \frac{E.I}{\rho}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma}{Ey} = \frac{M}{EI} \qquad \boxed{\sigma = \frac{My}{I}} \qquad \boxed{\sigma_{MAX} = \frac{M}{I/v}}$$

Le tableau qui suit montre l'influence de la forme de la section vis à vis de l'inertie.
Plus la section est "élancée" (plus le rapport h/b est grand), plus l'inertie est grande.
Dans une poutre rectangulaire, l'inertie varie comme h^3!!!

Pour rappel: l'inertie d'une poutre pleine de section rectangulaire vaut: $\boxed{I = bh^3/12}$

Voici donc les caractéristiques géométriques de quelques profilés métalliques classiques au I/v quasi identique.

	I/v_x (cm3)	I_x (cm4)	S (cm2)	$\frac{I/v_x}{S}$ (cm2)
carré plein 7.6/7.6	74	282	58	1.3
HEA 100	73	450	26	2.8
tube diam 139.7mm ép 5.6mm	76	531	24	3.2
IPE 140	77	541	16	4.7
MP150.280/3 ép 1.25mm	75	642	14	5.3
panne Z 200/76	75	693	11	6.7

FLEXION PURE ET FLEXION COMPOSEE

La poutre étudiée au début de ce chapitre est soumise uniquement à deux moments opposés. On dit qu'elle est en <u>flexion pure</u> car le moment est constant tout le long de la poutre.

Si le moment est variable et donc accompagné d'efforts tranchants mais qu'il n'existe ni effort axial ni moment supplémentaire perpendiculaire à ce moment variable, alors la poutre est en <u>flexion simple</u>.

Enfin on aura affaire à de la <u>flexion composée</u> si on rajoute à ce moment un moment perpendiculaire (un moment de torsion par exemple) et/ou un effort axial (de compression par exemple).

EXEMPLE

Dans le pont haubanné représenté ci-contre et chargé uniformément:

Le <u>Tronçon A est en flexion simple</u>

Le <u>Tronçon B est en flexion composée</u> (il est fléchi par la charge uniforme et comprimé par un effort axial de compression N)

Le <u>Tronçon C est en compression</u> "simple" (pas de moment fléchissant)

Les <u>Tronçons D et E sont en traction</u>